



Holistic Rubrics Analysis

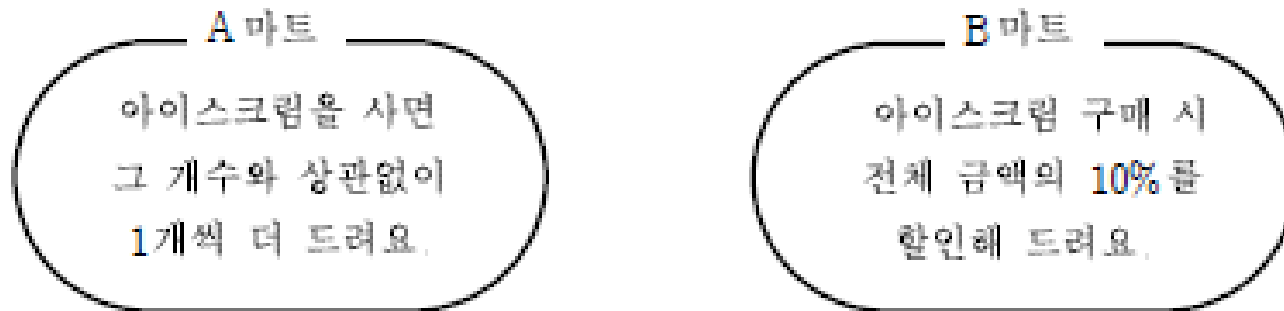
Dr. Dong-Joong Kim
(dongjoongkim@korea.ac.kr)

Selected Problems in Mid-term Exam

- Problem 2: 9 students
- Problem 3: 6 students
- Problem 5: 6 students
- Problem 9: 9 students
- Problem 11: 6 students
- Problem 14: 8 students

Mid-term Problem 2

2. [1 점] A, B마트에서는 1개에 900원 하는 아이스크림을 다음과 같이 판매하고 있다. A, B마트 중 한 곳에서만 아이스크림을 살 수 있을 때, B마트에서 아이스크림을 몇 개 이상 구입해야 A마트보다 비용이 적게 드는지 구하시오.



경기도 교육청(2013). 2013 중등 서술형 논술형 평가 예시 자료 수학 [중학교].
장학자료 2013-1호.

Analysis of Problem solving process for Problem 2

- 아이스크림의 수: x
- A마트의 구매 비용: $900(x-1)$
- B마트의 구매 비용: $900x \times (0.9)$ 에 대한 표현
- 두 구매비용의 부등식 관계 표현
- 부등식의 해결과 의미의 해석
- What if there is a error in finding an expression about the prices to be paid in mart A or B and then there is no more error?
- Cases versus components in problem solving

Analysis of Problem solving process for Problem 3

- 구매자의 수: x
- 공동구매 가격과 총 구매자 수를 x 로 표현하기
- 쇼핑몰 운영자 수입을 x 의 이차함수로 표현하기
- 이차함수의 최대값 구하기
- 구한 최대값을 맥락에서 이해하기
- What if students are missing defining processes like 구매자 수 = $20 + x$ and others are correct?
- What if students are missing the number of purchasers?
- What if student are missing the unit of maximum?
- What if students are missing the range of x ?

Analysis of Problem solving process for Problem 5

- 출발점과 도착지 사이의 거리: x
- (시간)=(거리) \div (속도)의 관계식을 이해함
- 시간, 거리, 속도의 관계식을 바탕으로 주어진 상황을 $x \div (350+50)+2 = x \div (350-50)$ 방정식으로 표현
- 방정식 x 에 관해서 품
- x 의 의미를 문맥에서 해석함

Analysis of Problem solving process for Problem 5

- 구매자의 수: x
- 공동구매 가격과 총 구매자 수를 x 로 표현하기
- 쇼핑몰 운영자 수입을 x 의 이차함수로 표현하기
- 이차함수의 최대값 구하기
- 구한 최대값을 맥락에서 이해하기
- What if students are missing defining processes like 구매자 수 = $20 + x$ and others are correct?
- What if students are missing the number of purchasers?
- What if student are missing the unit of maximum?
- What if students are missing the range of x ?

Mid-term Problem 9

[1 점] $3^{13} - 3$ 을 나누어 떨어지게 하는 10초과 20미만의 정수는 총 몇 개인가?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

경기도 교육청(2013). 2013 중등 서술형 논술형 평가 예시 자료 수학 [고등학교].
장학자료 2013-1호.

Analysis of Problem solving process for Problem 9

- 인수분해를 통한 소인수분해:
- $3^{13}-3=3(3^{12}-1)=3(3^6+1)(3^6-1)=3(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)$
 $=3 \times 730 \times 28 \times 26=2^4 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 \times 73$
- 소인수분해를 통해 11초과 20미만의 정수를 찾음:
 $12=2^2 \times 2$, 13 , $14=2 \times 7$, $15=3 \times 5$, $16=2^4$ 이다.
- What about a problem solving without using prime factorization?
- How many points for prime factorization?

Mid-term Problem 11

11. [1 점] 각 θ 가 제 3사분면의 각이면 $\frac{\theta}{3}$ 는 몇 사분면의 각이 될 수 있는지 모두 구하시오.

경기도 교육청(2013). 2013 중등 서술형 논술형 평가 예시 자료 수학 [고등학교].
장학자료 2013-1호.

Reflections on problem 11

- What about a student's approaches to the problem with meaningful work, indicating some understanding of the problem at the stage of an early impasse?
- What about the three different strategies in the rubric 4? They all deserve a full credit?
- What about a correct answer without an appropriate explanation?

Reflections on Holistic Rubrics

- The needs of **mathematics** vs. the needs of **students**
- The need for **balance**
- How to make the mathematizing community attractive in the eyes of students? What about cultural values?: “Students need to be respected, feel free to speak her or his mind, succeed on her or his own terms, and has the same chance as anyone else to be creative and make a substantial contribution” (Sfard, 2001)
- “Talking about talking about mathematics” (Cobb et al., 1993) to know mathematics within the discipline

Sfard, A(2001). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. Reston, VA: NCTM.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. New York: Oxford University Press.

Generally **Holistic** rubric

(Malone, 1980)

- 0 (**Noncommencement**): The student is unable to begin the problem or hands in work that is meaningless.
- 1 (**Approach**): The student approaches the problem with meaningful work, indicating some understanding of the problem, but an early impasse is reached.
- 2 (**Substance**): Sufficient detail demonstrates that the student has proceeded toward a rational solution, but major errors or misinterpretations obstruct the correct solution process.
- 3 (**Result**): The problem is very nearly solved; minor errors produce an invalid final solution.
- 4 (**Completion**): An approach method is applied to yield a valid solution.

Malone et al.(1980). Measuring problem-solving ability. Reston, VA: NCTM.

Mid-term Problem 14

14. [1 점] 방정식 $x^2+x-4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} \alpha & p \\ q & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 무수히 많은 해를 갖도록 하는 실수 p, q 에 대하여 점 (p, q) 의 자취를 구하여라.

서울시 교육청(2011). 수학과 서술형평가 문항 자료집 고등학교 용. 서교연 2011-49.

Collaborative Group Projects

- Goal (in developing a mathematical essay)
- Rationale (context)
- Concept map (related concepts; importance)
- A mathematical essay problem
- Rubric (holistic or analytic)
- 20 students' actual responses
- Revised Rubric

Group Presentation Dates

- December 2nd: Groups 6, 7, and 5
- December 4th: Groups 9 and 10
- December 9th: Groups 8, 3, and 1
- December 11th: Groups 4 and 2
- Your written project due is by **December 16th**

References

- 경기도 교육청(2013). 2013 중등 서술형 논술형 평가 예시 자료 수학 [중학교]. 장학자료 2013-1호.
- 경기도 교육청(2013). 2013 중등 서술형 논술형 평가 예시 자료 수학 [고등학교]. 장학자료 2013-1호.
- 서울시 교육청(2011). 수학과 서술형평가 문항 자료집 중학교 용. 서교연 2011-48.
- 서울시 교육청(2011). 수학과 서술형평가 문항 자료집 고등학교 용. 서교연 2011-49.
- Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In E. Forman, N. Minick, & A. Stone (Eds.), *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development* (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.
- Malone, J. A., Douglas, G. A., Kissane, B. V., & Mortlock, R. S. (1980). Measuring problem-solving ability. In S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 204—215). Reston, VA: NCTM.
- Sfard, A. (2001). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. In J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), *A Research Companion for NCTM Standards* (pp. 353-392). Reston, VA: NCTM.