

수학찾기 - 문제풀이를 넘어서

김연주 / 한가람교 / yunjkim72@gmail.com

1. 그들이 요구하는 수학교육

수학교육의 변화를 갈망하는 교사라면 언젠가는 수능준비를 위한 우리나라 수학교육의 현실 앞에서 좌절할 것이다. 수능시험(이하 수리영역시험을 간단히 수능시험이라고 부르겠다.)이 학교, 특히 고등학교에 미치는 영향은 절대적이다. 그 앞에서 학교교육은 종속될 수밖에 없고 변화를 위한 몸부림은 비난과 조롱을 피할 수 없다. 교과부나 교육청의 정책을 닦할 필요도 없다. 이미 학생들은 이러한 룰에 적응되었고 오직 문제풀이와 점수를 위한 수학만을 '그들은' 요구하고 있다.

더욱 상황을 나쁘게 만드는 것이 선행학습과 인터넷 강의(이하 인강)인데, 선행학습과 인강은 지식의 획득을 돈으로 살 수 있는 것처럼 만들어버렸다. 학습은 구입할 수 있는 재화가 아니다. 더 많은 비용을 지불하면 지불할수록 그 지식이 자신의 것이라고 믿어지지만 선행한다고 해서 또는 인강 시청을 한다고 해서 학습이 절대로 이루어지지 않는다. 그것은 '사기'다. 선행과 인강은 수학을 이해의 과목이 아니라 그들에게는 암기과목으로 만들어버렸고 수학의 개념들의 연결성보다는 유형별로 문제를 분류하여 자신이 부족한 부분만을 집중해서 공부하는 선택적 학습에 익숙해지도록 만들어버렸다. 그들은 배움의 가치를 상실하는데 학생들에게 돈을 지불하도록 만들어 버렸다. 이것은 그들의 시간과 꿈을 착취하는 기성세대들의 기만이다. 교육적 철학의 부재로 방향하는 사이에 교육시스템을 발전시켜야 할 국가 지도층들은 상업주의 자본가들에게 교육을 내주어 시장으로 만들어버렸다. 우리들이 문제에 맞서지 않고 주저주저 하며 뒷걸음진 친 결과이다. 애통할 노릇이다.

게다가 수학교사들마저 문제의식을 갖지 않고 현재의 상황에 안주하고 이를 더욱 공고히 유지시켜나가고 있다. 이미 현직에 있는 중견교사들은 이미 수능세대들이다. 그들이 수능 시스템에 문제의식을 갖기란 어찌면 불가능한 것일지도 모른다. 그렇다고 해서 그 이전 세대들이 더 훌륭하다는 이야기도 아니다. 우리나라 수학교육은 국가시험의 틀 안에서 변화된 적이 없다. 이제 그럴 때가 올 법도 한데 말이다.

수능시험이 학생들의 능력을 판별하는 공정성과 효율성을 가지고 있다는 것은 부인하지 않

지만 그 공정성의 확보를 위해서 그에 못지않은 것들을 잃어버렸다.(사실 이제 수능은 더 이상 공정한 게임이 아니다. 경험과 환경적인 요인에 많은 영향을 받고 있다.) 학교교육에서 교사의 역할이 그것인데 교사는 단지 수능시험에 나올만한 문제를 잘 선별해서 제공해주는 사람으로서 역할로 굳어졌다. 수학 내용을 이해하는데 어려움을 겪는 학생들에 대한 고려 없이, 좀 더 정확히 이야기 하면, 할 필요도 없이 정해진 문제를 줄기차게 풀어나가기만 하면 된다. (어떻게 보면 이런 교육이 쉬울 수 있다.) 그리고 학생들은 그 문제들을 풀 수 있느냐 없느냐로 자신의 수학적 능력을 쉽게 '인정'해버린다. 학생을 그저 테스트를 받는 자로서 접근하는 현재의 수학 교육은 개혁되어야 한다. 그것은 인간의 교육이 아니라 가축을 그 상태에 따라서, 농산물을 그 상태에 따라서 분류해내는 것에 지나지 않기 때문이다. 인간을 등급으로 매긴다는 발상 자체가 인간의 다양성을 인정하지 않고 인간의 가치를 훼손한다는 점에서 부패의 문제를 가지고 있다. 지극히 비인간적인 교육이다.

2. 문제 풀이가 아닌 문제 해결력

수학이 문제풀이가 아니면 무엇이냐고 반문할지 모른다. 수학이 현재처럼 수능 준비만을 위한 수학이라면 문제풀이면 충분할지 모른다. 하지만 이런 문제풀이 중심의 교육은 수학교육을 왜곡시켰고 단지 대학으로 가기 위해 변별해내는 수단으로 그 가치를 떨어뜨렸다. 주어진 문제를 빠른 시간 내에 풀이하는 능력을 평가하는 것은 수학적 능력을 평가하는 효율적인 방법이 될 수는 있지만 그것을 위해서 많은 학생들의 희생을 요구한다. 그 희생은 수학에 대한 잘못된 인식과 두려움을 학생들에게 안겨주는 것이다. 자신이 충분한 사고력과 문제 해결력을 가지고 있음에도 불구하고 자신의 능력을 발견하지 못하게 하는 것이다. 이 시험 앞에서 많은 학생들이 나오자가 되어버린다. 수학문제를 어렵게 출제해야 뛰어난 학생들의 탁월한 수학적 능력에 보상을 해주는 것이라는 어떤 수학교사와의 대화에서 난 답답함을 느끼지 않을 수 없었다. 수학적 능력이라는 것이 빠른 시간 내에 풀이하는 능력만 있는 것이 아니기 때문이다. 시간을 가지고 꾸준히 생각을 이어나가고 다듬고 완성시켜나가는 능력을 그 교사는 간과하고 있는 것이다. 많은 학생들은 자신의 문제를 찾아내고 해결해나갈 수 있는 능력을 가지고 있음에도 불구하고 우리는 효율성이라는 명목 아래 시간과 노력이 따르는 힘든 과정을 애써 외면하고 있는 것이다.

문제 해결력은 문제 풀이능력과 구별되어야 한다. 문제 해결력은 주어진 문제를 단순히 풀이하는 능력이 아니다. 문제 해결력에는 문제를 발견하고 조건을 변화시켜가며 문제 상황을 이해하는 넓은 학습과정이 포함된다. 또한 단순한 몇 가지 개념이 결합된 '역지로' 만들어진 문제들이 학생들에게 제시되는 것이 아니라 학생들이 능동적으로 수학적 성질들을 관찰하고 추론하

고 일반화해서 문제를 찾아내거나, 실제 생활의 문제 상황에서 조건을 구성하고 수학적으로 문제를 해결하는 능력이다. 이러한 문제 해결력을 신장시키는 것이 앞으로 우리가 해야 할 수학교육이다.

3. 수학찾기

실생활에서 수학 문제를 찾아내는 것은 쉬운 일은 아니다. 나는 2009년부터 '수학과 교육'에 Mathematics Everywhere이라는 이름을 가진 꼭지에 글을 연재하고 있다. 이름 그대로 어디에나 수학이 있다는 의미로서 문제 상황을 발견하고 수학적으로 해결해나가는 것이 가능함을 나 스스로 증명하고 싶었다. 처음에는 이 글이 얼마나 계속될지 나 스스로도 확신할 수 없었지만 지금까지 계속 연재되고 있다. 실생활에서 문제 상황은 언제나 일어난다. 다만 우리가 그 문제에 대해서 주의를 기울이지 않을 뿐이다. 그 문제 상황을 수학적으로 번역할 수 있으면 문제는 우리가 다룰 수 있는 문제가 된다. 예를 들어 2010년에 실렸던 "지하철에서 자리 잡기"라는 글은 추석 연휴에 서울을 나들이하며 텅 빈 지하철에서 사람들이 자리를 찾아 앉는 패턴을 우연히 발견하고 그것을 조건화해서 경우의 수를 찾는 문제로 바꿨다. 그 문제를 해결하는 과정에서 그 경우의 수가 피보나치수열과 비슷한 규칙을 갖는 파도반 수열이라는 것도 알게 되었다. 이 글 이외에도 영화관에서 좋은 좌석을 찾기 위한 '자기야, 우리 어디에 앉을까?', 자동차의 지시등이 언제 일치하는지 찾아보는 '깜빡 깜빡', 남녀 짝짓기 프로그램 속에 숨겨진 수학 이야기 '사랑의 스튜디오', 여러 가지 포장에 대한 비밀스런 이야기인 '팩의 비밀', 옷의 확률을 수학적으로 접근한 '옷놀이' 등 지금까지 17개의 글이 계속 연재 되었다. 2009년 초부터 연재를 시작하면서 학생들에게 적용시킬 용기를 얻었고 2009년 2학기에 '수학찾기'라는 이름으로 수학경진대회 형식의 학교 행사를 통해 학생들에게 소개하였다. 얼마나 많은 학생들이 신청을 할까 걱정하였지만, 3~4명이 한 팀을 이루어 총 30개 팀이 응모하였고 그 중에 10개의 본선 진출 팀을 가려내어 발표회까지 갖는 등 성공적인 결과를 얻었다. 그때 최우수 팀의 주제는 한글의 자음의 대칭성을 이용하여 종이를 접어서 가위로 한 번 자르면 자음이 오려지는 방법에 대한 연구였다.

수학자를 길러내는 것이 수학교육의 목표는 아니지만 학생수준에서 수학자들이 하는 발견과 연구의 과정을 따라갈 수는 있다. 내용의 난이도만 다를 뿐 수학자들이 하는 것과 같은 과정을 거치면서 수학학습을 이어갈 수 있다. 이것이 '수학찾기'의 목표였다. 수학찾기는 실생활에서 문제 상황을 찾아서 수학적으로 해결하는 과정을 기술하게 하는 프로젝트형 수행평가이다. 보통 수학문제는 교과서나 문제집에 주어지는 연습문제이다. 연습문제는 개념을 이해하는데 필수적이긴 하지만 학생들에게 문제에 대한 동기부여가 약해서 문제 해결을 위한 지속적인 노력을

어렵게 한다. 수학찾기는 자신이 찾아내고 발견한 문제를 해결하기 때문에 보다 더 문제에 대한 집중력과 인내력을 가질 수 있다. 그리고 무엇보다 중요한 점은 문제를 발견하고 찾아내는 능력을 기를 수 있다는 점이다. 학생들에게 처음 이 과제를 제시했을 때, 대부분의 학생들이 문제를 찾아내는 것에 대해서 전혀 경험이 없다는 사실에 약간 놀라지 않을 수 없었다. 처음 문제를 찾아서 계획서를 제출하도록 하는데 대부분 '문제'가 아니라 이미 알려진 수학적 개념들의 '조사'에 머물렀다. 황금비, 피보나치수열, 프랙털 등등 잘 알려진 수학적 개념에 대한 조사 수준으로 학생들이 이해하고 있었다. 이러한 계획서를 제출한 학생들에게는 개인적으로 상담을 통해서 수학찾기 의도와 문제의 성격을 설명하고 다시 문제를 찾아서 계획서를 작성하여 제출하도록 주문한다. 모두 3차에 걸쳐서 계획서를 제출할 수 있는 기회를 주었는데 문제를 찾아내는 것이 수학찾기에서 가장 중요한 과정이기 때문이다.

계획서에는 팀원¹⁾과 연구 주제, 주제에 대한 설명과 선정이유 그리고 역할 분담을 적게 하였고 다음 기준에 따라 심사하여 부적격하다고 판단되는 경우 계획서를 돌려주고 다시 작성하여 제출하도록 하였다.

- 수학문제가 아니거나 문제가 분명하지 않은 경우
- 단순 조사로 끝나는 주제인 경우
- 이미 알려진 문제를 주제로 정한 경우
- 교육과정의 수준을 뛰어 넘는 어려운 주제를 선택한 경우
- 기타 수학교사가 부적절하다고 판단되는 경우

중간보고서도 작성하여 제출토록 했는데 중간 보고서를 통해서 조금 더 알찬 결과물이 나올 수 있도록 점검하였다. 아울러 수행평가를 진행하면서 학생들에게 다음과 같은 주의사항도 주지시켰다.

•2명이 한 팀을 이룬 경우 팀에 기여한 바가 분명해야 하며 그렇지 않은 경우 한 팀원이라도 점수는 다르게 부여될 수 있음.

1) 2009년 수학찾기를 시작으로 2010년부터는 수행평가에 포함시켜서 모든 학생들이 참여할 수 있도록 했다. 팀 구성은 1명 내지 2명으로 인원을 제한하였다. 3명 이상으로 팀을 구성한 경우 1명 이상은 팀에 기여하는 정도가 낮을 확률이 컸다. 팀원끼리 약속을 잡기도 어렵고 필요 없는 일들로 시간을 낭비하게 되어 연구를 계속해 가는데 장애요인이 되었다. 또한 서로 미루게 되어 좋은 결과물이 나오기 어려웠다. 3인 이상의 공동연구를 진행시키고자 할 경우에는 더 많은 장치들이 필요한 것 같다.

•연구주제는 가능한 실생활과 연관된 새로운 또는 변형된 창의적인 주제를 선정해야함. 연구 주제의 난이도를 평가하는 것이 아닌 만큼 자신의 눈높이에 맞는 연구주제를 선정하여 연구하면 됨.

•기존의 다른 사람의 결과물을 자신의 결과물로 제출하는 경우 인정하지 않음. 또한 자신이 아닌 다른 사람이 대행하여 연구한 결과를 제출한 경우도 인정하지 않음. 연구 주제를 사고 파는 행위를 한 경우 두 팀 모두 인정하지 않음.

•참고한 서적이나 인터넷 사이트가 있다면 반드시 결과물 내에 참고문헌을 명시해야함. 서적의 경우 저자명(연도), 서적 명, 출판사명, 쪽수를 적고 인터넷 사이트인 경우에는 인터넷 사이트 이름, 주소, 참고한 당시 일자를 기록할 것. 문헌을 참고한 것으로 판단되나 참고문헌이 기록되지 않은 결과물에 대해서는 다시 작성해서 제출하도록 할 것임.

•프레젠테이션 작성 시 화려하게 꾸밀 필요 없이 내용에만 집중할 것. 화려하게 꾸밀 시간에 문제에 대해서 더 생각해보고 내용을 충실하게 하는데 노력할 것. 전지에 쓰는 것도 동일함. 다시 한 번 말하지만 예쁘게 꾸밀 필요 없음!

수학 찾기

2010 수학 I 수행평가 계획서

1. 연구팀 명 _____
2. 팀원 _____
3. 연구주제 _____
4. 주제에 대한 설명 및 선정 이유

5. 역할분담

2010 수학 I 수행평가 중간보고서*

연구 주제	
팀명	
팀원 (반/번호/이름)	
확인 사항	지금 생각했던 연구 주제에 수정 사항이 있는가? 있다면 문제가 어떻게 변화했는가? 또는 어떻게 구체화 되었는가?
	연구를 위해 참고 하고 있는 책이나 자료가 있는가? 있다면 모두 적으시오.
	연구 과정에서 어려운 점이 있었다면? 그리고 선생님의 도움을 구하고 싶은 부분이 있다면?
	팀원이 2명인 경우 각 팀원의 역할 분담을 자세히 기술하시오.
	만족스러운 결과물이 나올 수 있을것이라 생각했는가?
	현재 자신의 연구 진행과정을 %로 나타내면? %

* 연구 중간 보고서 제출은 11월 19일(금)까지입니다.

그림 1 수학찾기 계획서와 중간보고서 양식

수학찾기 결과물로 학생들에게 포스터와 프레젠테이션을 제출하도록 했다. 포스터는 전지 크

기에 연구 내용을 정리하도록 했고 모든 팀들의 포스터는 일주일 정도 학교의 모든 벽에 게시하여 다른 학생들의 연구결과를 상호 평가할 수 있는 기회를 주었다. 연말에는 우수작을 선정해서 계단형 강의실에서 서울시의 타 학교 수학교사를 초청하여 발표회도 가졌다.

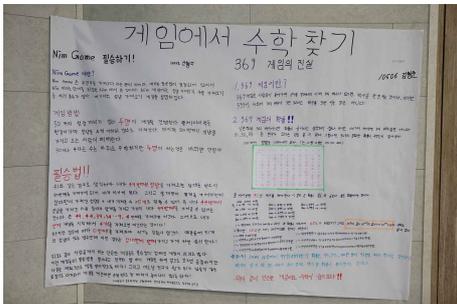


그림 2 2010년 수학찾기

4. 문제 풀이를 넘어서

수학찾기를 하면서 학생들과 수업을 통해서 일방적으로 만났을 때와는 다른 느낌을 받을 수 있었다. 그리고 그러한 느낌이 결코 거짓이 아니라는 것을 4년 동안 이어오면서 확신하게 되었다. 자신이 찾아낸 문제에 대한 설명과 교사의 조언이 오고 가면서 학생과 교사 사이에 수학 문제를 가지고 대화가 이어지고, 자신의 문제를 더욱 구체화해나가는 것을 경험하게 되었다. 그리고 학생들이 스스로 문제를 발견하고 해결해나갈 수 있는 능력을 가지고 있다는 것을 알게 되었다. 우리는 지금까지 그러한 능력에 대해서 눈을 감고 있었던 것이다. 학생들의 결과물을 받으면서 이 학생들에게 문제 풀이만을 위한 수학을 가르치는 내 자신의 모습이 오히려 부끄러웠다. 그들의 상상력과 창의력을 내가 제한하고 있다는 죄책감마저 들었다. 그 능력을 되찾을 수 있도록 하는 것이 교사가 해야 할 일이라는 것을 깨닫게 되었다. 기계적이고 수동적인 풀이능력만을 가진 학생이 아니라 스스로 문제를 발견하고 생각하고 표현할 수 있는 능력을 가

진 학생으로 자라게 해야 할 것이다. 우리의 수학교육은 그동안 학생들로 하여금 생각하게 하는 것을 두려워했던 것 같다. 정해진 철길 위로 빠르게 달리게만 했지 자유로운 생각을 통제해 왔다. 이제 그들로 하여금 스스로 생각할 수 있도록 눈과 귀와 입의 자유를 허락해야 할 때가 온 것이다. 그리고 비로소 교사는 기관사가 아니라 함께 여행하는 동반자로서의 역할을 하게 될 것이다. 이것이야말로 문제 풀이를 넘어 우리가 가야 할 방향이다.