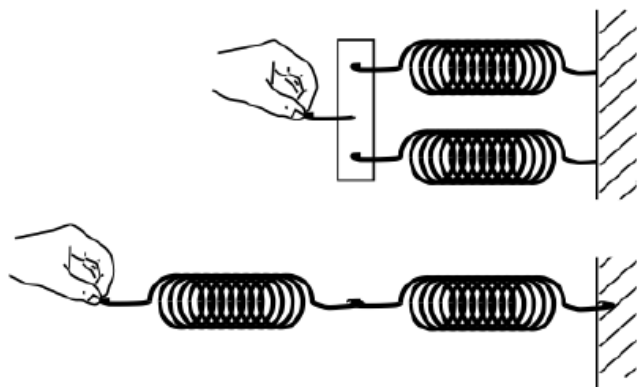


Problem 1. (20 points) Fig. 1 shows two different ways of combining a pair of identical springs, each with spring constant k . We refer to the top setup as parallel, and the bottom one as a series arrangement.

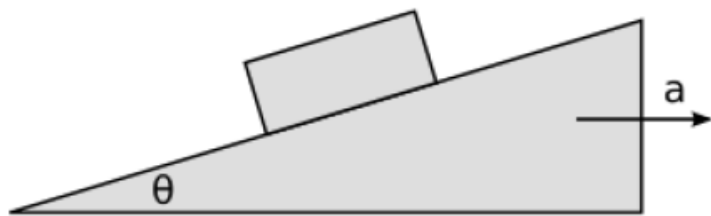
(a) For the parallel arrangement, analyze the forces acting on the connector piece on the left, and use this analysis to determine the equivalent spring constant of the parallel setup.

(b) For the series arrangement, analyze the forces acting on each spring and figure out the equivalent spring constant.



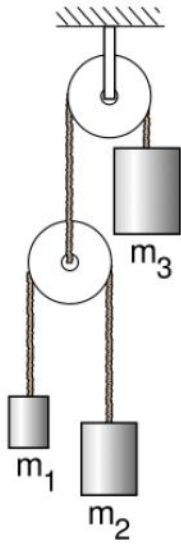
<Fig. 1>

Problem 2. (20 points) As shown in Fig. 2, a block is sitting on a wedge inclined at an angle θ with respect to horizontal. Someone grabs the wedge and moves it horizontally with acceleration a . The motion is in the direction shown by the arrow in the Fig. 2. Find the maximum acceleration that can be applied without causing the block to slide downhill. Assume the static friction coefficient between the wedge and block is μ_s



<Fig. 2>

Problem 3. (20 points) In Fig. 3, find the upward acceleration of m_1 . Ignore masses of the pulleys and strings.

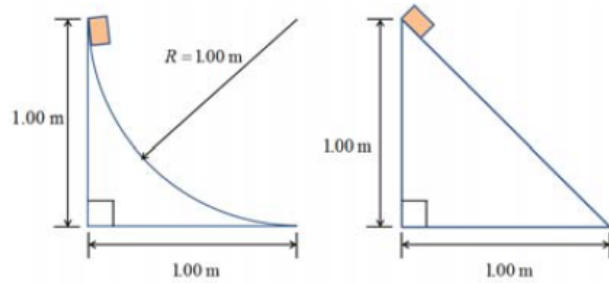


<Fig. 3>

Problem 4. (20 points) A block of mass (1.00 kg) is sliding down along two different slopes as shown Fig. 4 with zero initial velocity.

(a) If the kinematic friction coefficient μ_k between the block and each slope is 0.200, calculate the energy loss along the two different passages.

(b) What will be the kinetic energy of the block when it arrives at the end of each slope?



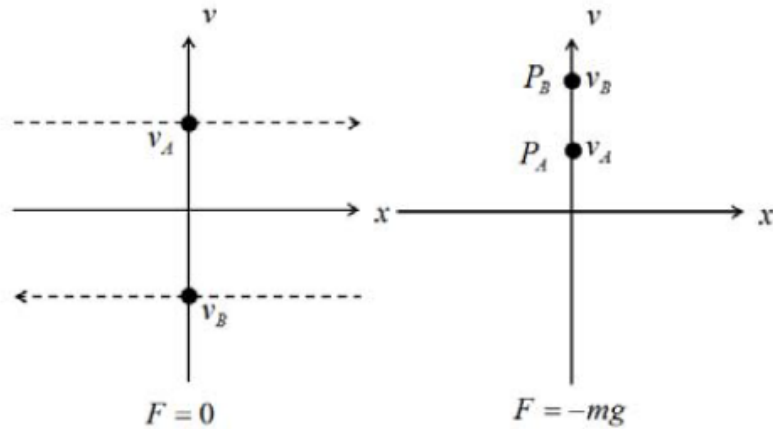
<Fig. 4>

Problem 5. (20 points) Let's consider some 'solution trajectories' on the *phase space* - a space spanned by the coordinate variable x and corresponding velocity v . For example, a free particle moving in one-dimensional space will trace out a different straight line, depending on its initial state as shown by the dashed lines in Fig. 5-1. The arrows indicate a direction in time.

(a) Now, describe (with equations) and trace out two solution trajectories with arrows, passing through the points A and B, when the particle is under the influence of $F(x) = -mg$ (gravitational force, m mass).

(b) Is it ever possible that these solution trajectories cross each other? Explain your answer.

(c) Mark all "turning points" in the Fig. 5-2.



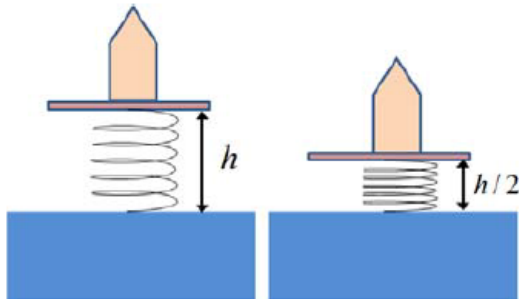
<Fig. 5-1>

<Fig. 5-2>

Problem 1. (25 points) A rocket of a mass m is on a launch stage made of a spring. The original length of the spring is $\frac{11}{10}h$. The height of the launch stage, with a rocket at rest, is h from the ground. The launch stage is pushed down by a distance $h/2$, and suddenly released. The free-fall acceleration is g .

(a) Find the spring constant of the launch stage.

(b) Find the maximum height of the rocket measured from the ground.

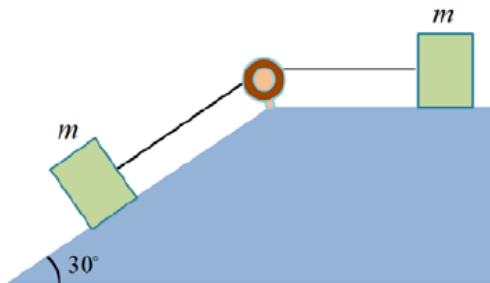


<Fig. 1>

Problem 2-A. (25 points) Two blocks of a mass m are connected by a massless string through a massless pulley. They are on a horizontal plane and an inclined at angles 30° . They are released at rest.

(a) If there is no friction on both the planes, find the acceleration of the mass on a plane of an angle 30° .

(b) If there are the same friction on both the planes, find the maximum static friction coefficient such that two blocks can start to move.

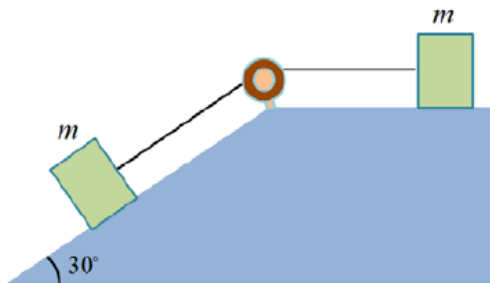


<Fig. 2-A>

Problem 2-B. (25 points) Two blocks of a mass m are connected by a massless string through a massless pulley. They are on a horizontal plane and an inclined at angles 30° . They are released at rest.

(a) If there is no friction on both the planes, find the acceleration of the mass on a plane of an angle 30° .

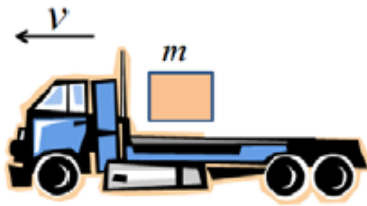
(b) If there is no friction on the horizontal plane, and a non-zero friction on the plane of an angle 30° , find the maximum static friction coefficient for the plane of an angle 30° such that two blocks can start to move.



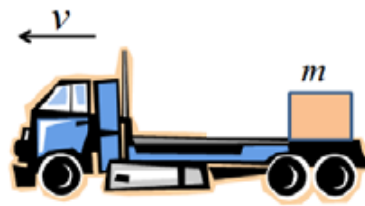
<Fig. 2-B>

Problem 4. (25 points) A truck is moving at a constant velocity v . When a box of a mass m is gently dropped on the truck, a driver urges the engine to keep the velocity constant. The kinetic friction coefficient between the truck and the box is $1/2$. For a short period of time, the box slips on the truck. And then, slipping ceases such that the box moves along with the truck. For that short initial period of time consider the next problems in view of an observer at rest on the ground.

- (a) Find the change of kinetic energy of the box.
(b) Find the total energy supplied by the engine.



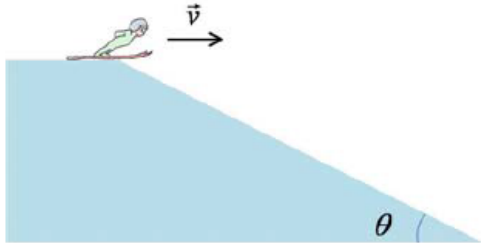
<Fig. 4-1>



<Fig. 4-2>

문제 1. (20점) 그림과 같이 각이 θ 인 경사면에서 스키점프 선수가 화살표 방향(지표면과 나란한 방향)으로 속도 v 로 활강했다. 중력가속도는 g 이다.

- (a) 이 선수가 경사면에 다시 착지할 때까지 시간을 구하시오.
- (b) $\theta = 30^\circ$ 인 경우 이 선수가 활강한 순간부터 착지까지의 변위를 구하시오.

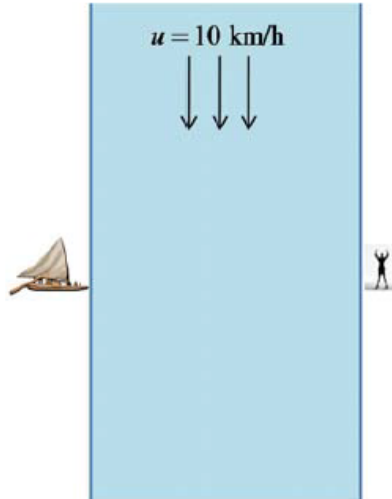


<그림 1>

문제 2. (20점) 호수에서 속도가 20 km/h인 배를 이용해 유속이 10 km/h인 강물을 건너려고 한다.

(a) 강을 최단거리로 건너려면 어느 방향으로 배를 향해야 하는지 강변에 있는 사람의 입장에서 방향을 구하시오.

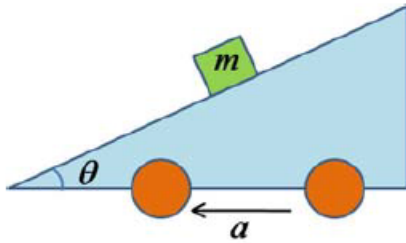
(b) (a)의 경우에서 강의 폭이 1 km이었다면 강을 건너는데 몇 분이 걸리는지 구하시오.



<그림 2>

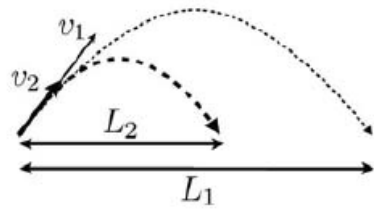
문제 4. (30점) 그림과 같이 경사면 형태의 자동차가 있다. 정지마찰계수가 μ 인 경사면에 질량 m 인 물체를 얹고 물체가 미끄러지지 않도록 유지하면서 자동차가 왼쪽으로 등가속도 운동 ($a > 0$) 한다. 경사각은 θ 이고 중력가속도는 g 이다.

- (a) 물체가 받는 마찰력의 방향을 구하고 그 이유를 쓰시오.
- (b) 물체에 가해지는 수직항력을 구하시오.
- (c) 이 상태에서 자동차가 가질 수 있는 최대 가속도를 구하시오.



<그림 4>

(a) 그림 1-1과 같이 질량이 같은 점 모양의 두 투사체가 수평 방향에 대하여 같은 각도로 발사되는데, 초기 속력은 각각 v_1 과 v_2 이다. $v_1 = 2v_2$ 이면 두 투사체의 수평 이동 거리의 비율 L_1/L_2 는 얼마인가? 끌림힘은 무시한다.



<그림 1-1>

문제 3. (20점) 그림 2에서 질량이 90 kg인 승객이 엘리베이터 바닥에 설치된 저울 위에 서 있다. 엘리베이터는 위쪽을 향해 1 m/s^2 로 가속되고 있다. 중력가속도의 값은 $g = 9 \text{ m/s}^2$ 라 하자.

(a) 저울의 눈금은 얼마를 가리키는가?

(b) 승객이 엘리베이터에 대해서 1 m/s 의 속도로 점프를 한다고 하자. 승객이 엘리베이터 바닥으로 떨어지는데 얼마만한 시간이 걸리겠는가?



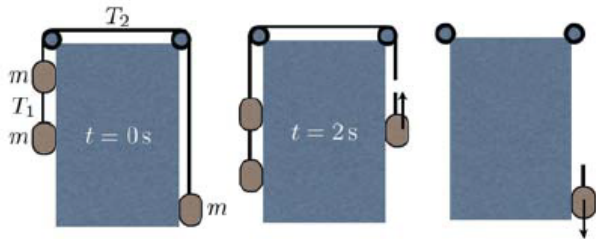
<그림 2>

문제 4. (30점) 그림 3과 같이 질량이 $m = 1 \text{ kg}$ 으로 같은 세 개의 블록이 두 줄에 의해 연결되어 있다. 그림 3-1과 같이 $t = 0 \text{ s}$ 일 때 세 블록은 중력에 의해 운동을 시작한다. 그림 3-2와 같이 $t = 2 \text{ s}$ 일 때 오른쪽 블록이 매달려 있는 줄이 끊어진다. 그림 3-3과 같이 결국 오른쪽 블록은 초기 위치로 떨어진 다. 중력가속도의 값은 $g = 9 \text{ m/s}^2$ 라 하자. 쓸림힘과 줄의 질량은 무시한다.

(a) 그림 3-1을 참고하여 줄이 끊어지기 전에 세 블록의 가속도와 두 줄의 장력 T_1 및 T_2 의 크기를 구하시오.

(b) 그림 3-2를 참고하여 $t = 2 \text{ s}$ 일 때 줄이 끊어진 직후에 오른쪽 블록의 위치 y_2 (초기 위치 위쪽으로)와 속력 v_2 를 구하시오.

(c) 줄이 끊어진 후에 오른쪽 블록이 초기 위치($y = 0$)로 떨어지는데 얼마만한 시간이 걸리겠는가? (줄이 끊어진 후 경과한 시간을 구하시오.) 그림 3-3을 참고하시오.



<그림 3-1>

<그림 3-2>

<그림 3-3>

Ch. 8 Systems of particles and extended objects



Center of mass

조금 더 복잡한 물체의 운동

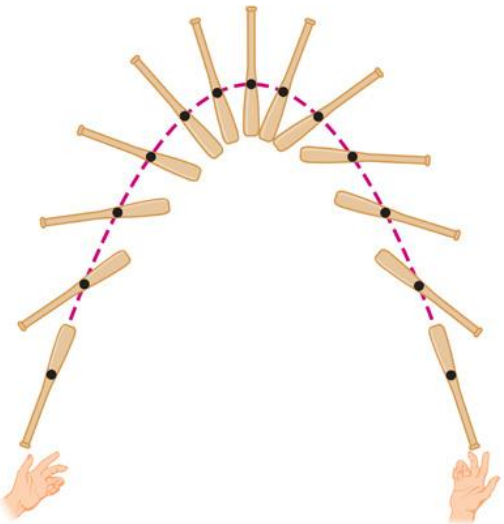
- (1) 물체의 크기를 무시할 수 없거나
- (2) 여러 입자들로 이루어진 물리계



(a)

가장 간단하게 기술할 수 있는 운동
(질량중심의 운동)

조금 더 복잡한 운동
(질량중심에 대해 움직이는 상대운동 및 회전)



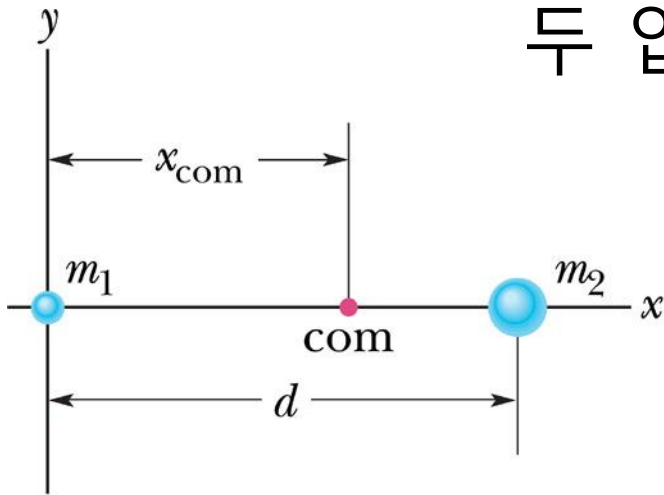
(b)

center of mass

- (1) 모든 질량이 그 점에 모여 있고
- (2) 외부 힘이 모두 그 점에 작용하는 것처럼 움직이는 점.

두 입자로 이루어진 물리계의 질량중심

한 물체를 원점에 두었을 때

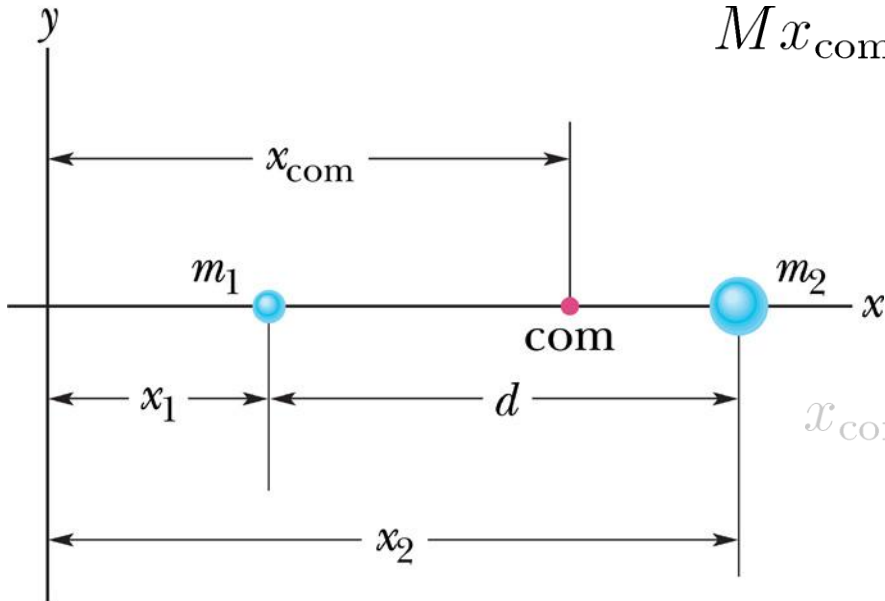


(a)

$$x_{\text{com}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

임의의 점이 원점일 때

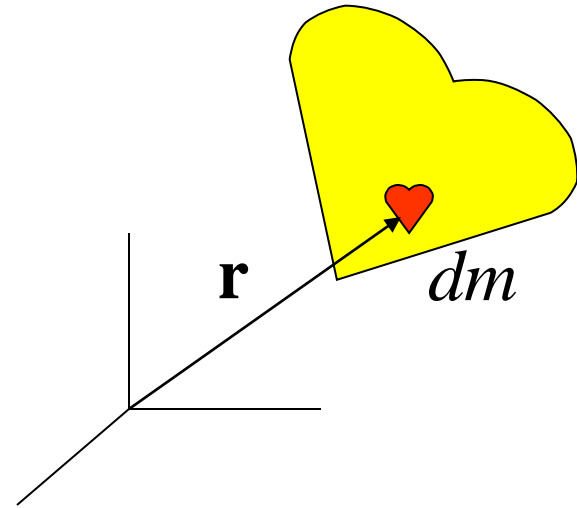
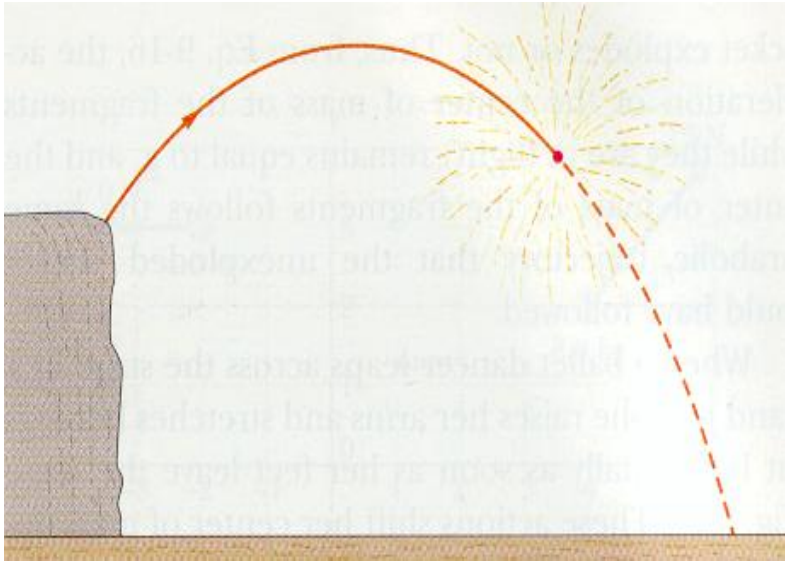
$$M x_{\text{com}} = m_1 x_1 + m_2 x_2, \quad M = m_1 + m_2$$



(b)

$$x_{\text{com}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\begin{aligned} x_{\text{com}} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{M} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i \end{aligned}$$



$$M \mathbf{r}_{\text{com}} = \sum m_i \mathbf{r}_i$$

$$x_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

$$y_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i,$$

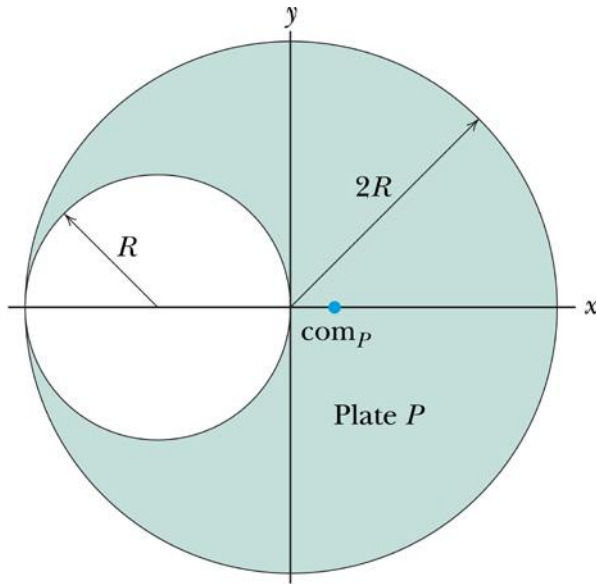
$$z_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i.$$

밀도가 일정한 경우: $\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V}$

$$\mathbf{r}_{\text{cm}} = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} dm$$

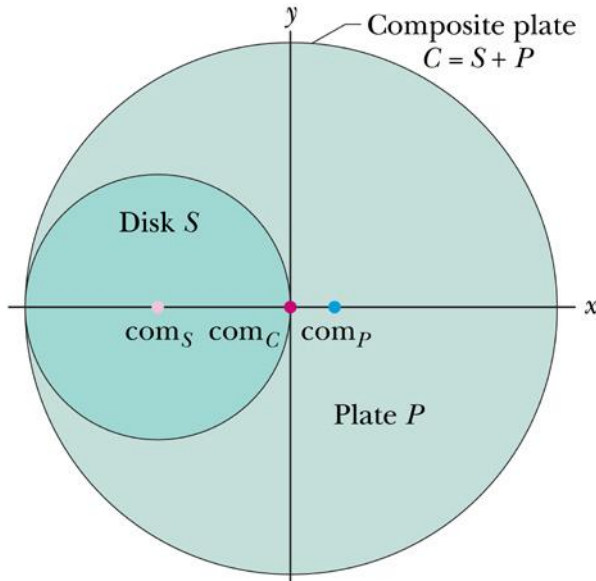
$$= \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \left(\frac{M}{V} \right) dV = \frac{1}{V} \int \mathbf{r} dV$$

Sample problem



(a)

$$x_{S+P} = \frac{m_S x_S + m_P x_P}{x_S + x_P} = 0$$



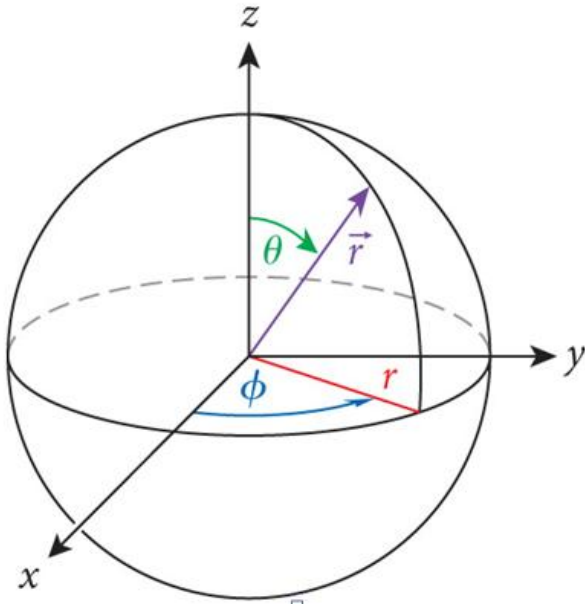
(b)

$$x_P = -x_S \frac{m_S}{m_P} = -x_S \frac{1}{3} = \frac{1}{3}R$$



(c)

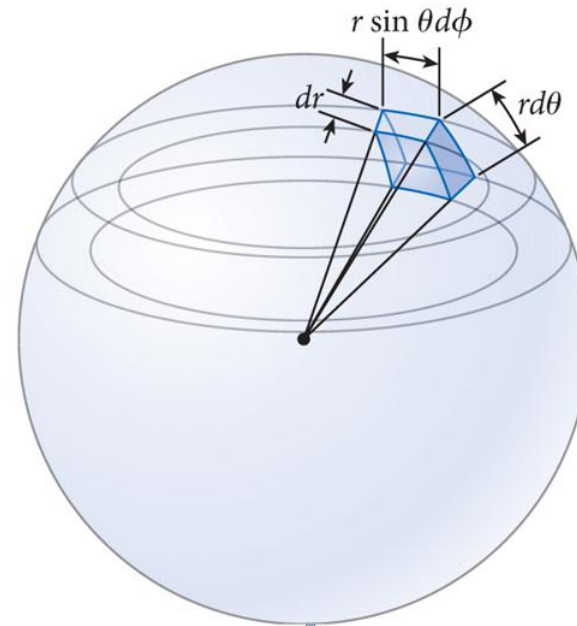
Spherical coordinates



$$x = r \sin \theta \cos \phi,$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi,$$

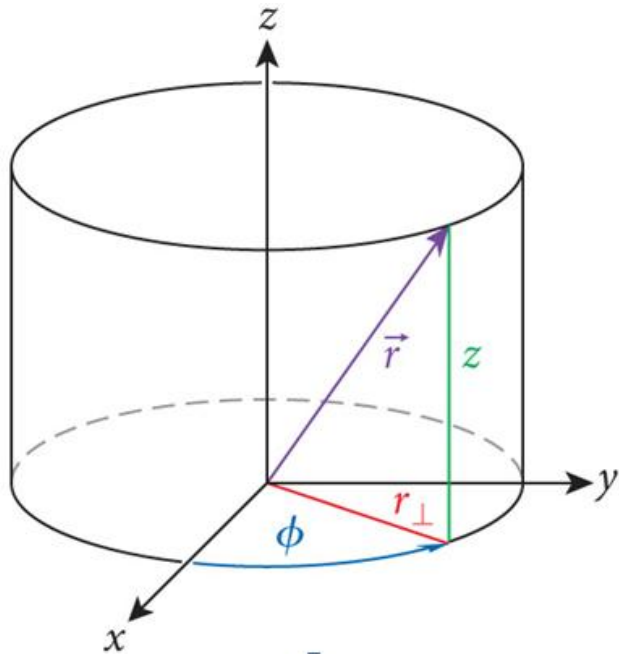
$$z = r \cos \theta.$$



Volume element

$$dV = r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi$$

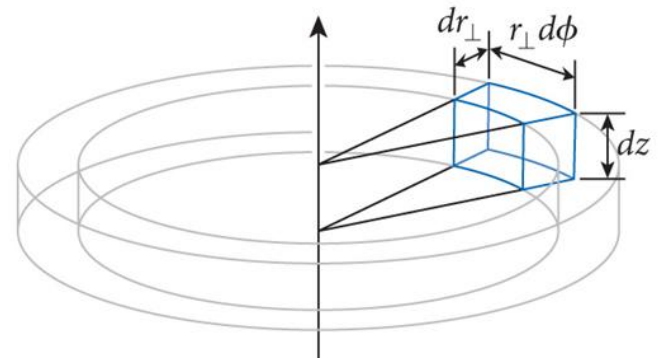
Cylindrical coordinates



$$x = r_{\perp} \cos \phi,$$

$$y = r_{\perp} \sin \phi,$$

$$z = z.$$



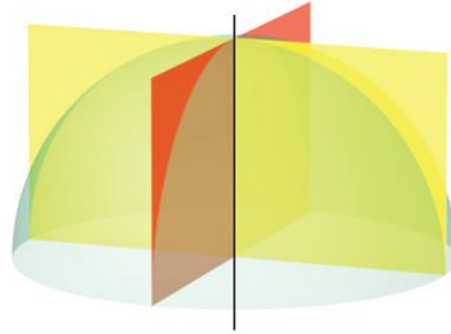
Volume element

$$dV = r_{\perp} dr_{\perp} d\phi dz$$

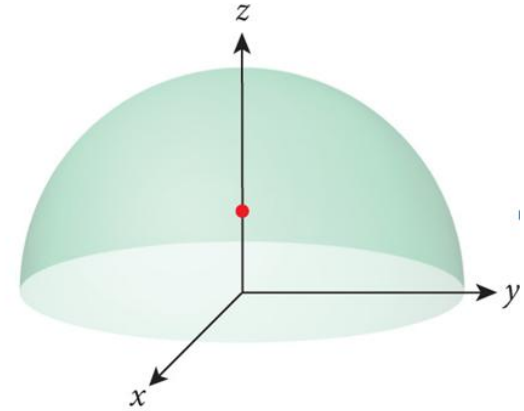
Ex. 8.5: CM for a half-sphere



(a)



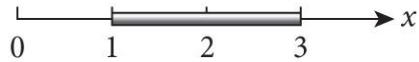
(b)



(c)

SP 8.3: CM of a long, thin rod

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display



$$\lambda(x) = ax^2 + b$$